

Левкін Д.А.

Державний біотехнологічний університет

ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ І МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ОПТИМІЗАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ БІОТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

У статті запропоновані математичні моделі і чисельні методи для розрахунку і оптимізації параметрів процесу термічної дії на багатошарові матеріали. Автором удосконалені існуючі розрахункові та прикладні оптимізаційні математичні моделі в частині врахування структури досліджуваного матеріалу і технічних характеристик рухомих джерел.

В основі розрахункової математичної моделі процесу термічної дії на багатошаровий об'єкт лежить нелокальна крайова задача системи еволюційних псевдодиференціальних рівнянь у багатошаровому середовищі. Фізичні характеристики досліджуваних об'єктів можна задати виходячи, наприклад, з методів експертного оцінювання параметрів випромінювачів. Коректність крайової задачі доведена з використанням методів, заснованих на теорії псевдодиференціальних операторів над простором узагальнених функцій степеневого зростання (спадання). При цьому, попри збільшення часу, необхідного для здійснення ітераційного процесу пошуку і перебору локальних екстремумів функції мети, а також ускладнення виду крайових задач, їх реалізація дозволить підвищити точність пошуку рекордних значень технічних параметрів. Для зменшення часових витрат автор пропонує застосувати спеціалізовані аналогові чи гібридні сіткові процесори, за допомогою яких можливо практично миттєво реалізувати крайові задачі на комп'ютерах.

Як приклад багатошарової системи, яка містить зосереджені дискретні джерела фізичних полів, в статті розглянутий ембріон під дією джерел точкового лазерного випромінювання. Автором розв'язана оптимізаційна задача зменшення травмованості ембріону за рахунок удосконалення методики моделювання та оптимізації складних біотехнологічних систем. Наведені дослідження лежать в сфері прикладних задач економіко-математичного моделювання складних систем, які містять джерела дії фізичних полів.

Ключові слова: математичні моделі, крайова задача, ітераційний процес, прикладні задачі, економіко-математичне моделювання.

Постановка проблеми. Проблема розробки нових і вдосконалення вже наявних методів економіко-математичного моделювання систем з розподіленими параметрами має величезне значення, і пов'язане це насамперед з тим, що для аналізу стану таких систем необхідно використовувати методи з різних наукових галузей. Найчастіше вчені розв'язують часні задачі, а для об'єднання їх досліджень буде потрібно запропонувати міждисциплінарний науковий підхід, який базується на теорії аналізу і синтезу складних систем. Також відзначимо, що стан модельованих процесів описується за допомогою нелокальних крайових задач для диференціальних рівнянь, отримати аналітичний розв'язок яких досить складно. Реалізація ж крайових задач на комп'ютерах призводить до збільшення часу для здійснення ітераційного процесу пошуку і перебору локальних екстремумів функції мети. У зв'язку з тим, що коректність побудованих крайових задач неможливо гарантувати за допомогою методів традиційної теорії існування та єдиності розв'язку, то для

цього можливо скористатися теорією псевдодиференціальних операторів в просторі узагальнених функцій.

У статті вдосконалено деякі наявні математичні моделі і методи економіко-математичного моделювання можливих ризиків в біотехнологічних системах. Автором запропонована блок-схема для апаратної реалізації процесу моделювання та оптимізації параметрів лазерних випромінювачів при термічній дії на ембріон. Під час побудови розрахункових математичних моделей враховується багатошарова будова ембріона і технічні характеристики джерел температурного навантаження.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питанням управління технологічними інноваціями для розв'язання прикладних задач присвячені дослідження багатьох вчених. На думку автора даної статті, серед них найближчими до досліджуваної тематики є результати публікацій [1–12]. Авторами фундаментальних досліджень [1, 2] наведені розрахунок і оптимізація великої кількості технологічних систем, які міс-

тять дискретні джерела навантаження фізичних полів. В публікації [3] отримані умови існування і єдності розв'язку крайових задач для систем диференціальних і псевдодиференціальних рівнянь, які описують стан модельованих систем у разі складної просторової форми досліджуваного об'єкта. Питання економіко-математичного моделювання підвищення ефективності функціонування транспортних підприємств та забезпечення транспортних перевезень досліджені в публікаціях [4, 5]. Авторами публікації [6] здійснене прогнозування зносостійкості трибосистеми, наведений розрахунок швидкості зношування і витрат на тертя. Формалізація прикладних оптимізаційних математичних моделей для підвищення ефективності технологічних процесів здійснена в публікації [7]. Деякі аспекти управління діяльністю аграрних підприємств в умовах ринкової економіки досліджені в публікаціях [8, 9]. Теоретичні засади вибору та обґрунтування методів ділення ембріонів лазерним променем наведені в публікаціях [10–12]. В публікаціях [11, 12] розроблені математичні моделі та удосконалені чисельні методи для здійснення розрахунку й оптимізації систем з розподіленими параметрами. Необхідність розв'язання задачі підвищення ефективності функціонування технологічних і біотехнологічних процесів задля економії витрат вплинула на вибір тематики досліджень цієї статті.

Постановка завдання. Запропонувати прикладні математичні моделі і чисельні методи для прогнозування та контролю можливих ризиків в технічних і біотехнологічних системах.

Виклад основного матеріалу дослідження. В статті запропоновано алгоритм, який дозволяє здійснювати моделювання процесу дії лазерного променя на ембріон та дає можливість, беручи до уваги обмеження на результуюче температурне поле в ембріоні, визначити відповідні раціональні значення параметрів термічного навантаження. Математичне моделювання та оптимізація деяких інших фізичних процесів розглянуті в публікаціях [13, 14].

На рис. 1 наведена апаратна реалізація математичної моделі процесу дії лазерного променя на ембріон з одночасним пошуком параметрів термічного навантаження, виходячи з обмежень на значення температури в досить малому околі траєкторії ділення ембріона.

Спочатку в алгоритмі задаються вихідні дані. Так, в блок 4 розрахунку параметрів вводиться припустима температура в контрольованих точках ембріона. У блок 9 завдання параметрів надається інформація про вихідні параметри сіткової

моделі 1 (початкові, граничні умови і умови спряження між шарами ембріона). У блок 5 механізмів надходить інформація про вихідні параметри лазера. На цьому підготовка пристрою до роботи закінчується.

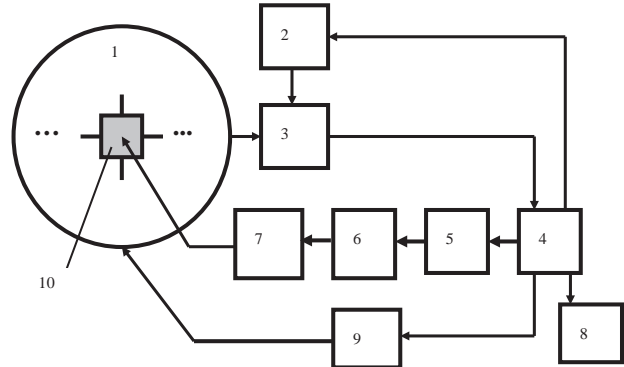


Рис. 1. Апаратна реалізація математичної моделі лазерної дії на ембріон

- 1 – сіткова модель;
- 2 – блок припустимих значень;
- 3 – блок порівняння;
- 4 – блок розрахунку параметрів;
- 5 – блок механізмів;
- 6 – лазер;
- 7 – блок фокусування;
- 8 – блок реєстрації;
- 9 – блок завдання параметрів сіткової моделі;
- 10 – керовані й однотипні за конструкцією елементи сіткової моделі.

В основі розрахункової математичної моделі процесу лазерної дії на ембріон лежить нелокальна крайова задача системи еволюційних псевдодиференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \rho_1 c_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = \lambda_1 \left(\frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} + \frac{2}{r_1} \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) + q_1; \\ \rho_2 c_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \lambda_2 \left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} + \frac{2}{r_2} \frac{\partial T_2}{\partial r} \right) + q_2; \\ \rho_3 c_3 \frac{\partial T_3}{\partial t} = \lambda_3 \left(\frac{\partial^2 T_3}{\partial r^2} + \frac{2}{r_3} \frac{\partial T_3}{\partial r} \right) + q_3, \end{cases} \quad (1)$$

де ρ_e – коефіцієнт густини в ембріоні;
 c_e – коефіцієнт теплоємності в ембріоні;
 $T_e(z, t)$ – температурне поле точок в шарах ембріона;
 λ_e – коефіцієнт теплопровідності;
 q_e – питома густина потужності теплових навантажень в шарах ембріона.

Рівності розділу в шарах ембріона дозволяють врахувати багат шарову будову мікробіологічного об'єкта:

$$\begin{cases} T_1(r_1, t_1) = T_2(r_2, t_2), & -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r}; \\ T_2(r_2, t_2) = T_3(r_3, t_3), & -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} = -\lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial r}. \end{cases} \quad (2)$$

Граничні умови Дірихле задають початок і кінець термічної дії на ембріон:

$$\begin{cases} T(0;0) = T_0; \\ T(r_4; t_4) = T_4. \end{cases} \quad (3)$$

Граничні умови питомого теплового потоку:

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r}(0, t) = qS, \quad (4)$$

где q – питомий тепловий потік;
 S – діаметр лазерного джерела (п'ятна).

Автором удосконалена математична модель, розглянута в публікації [12] в частині врахування тришарової будови ембріона і технічних характеристик лазерних випромінювачів. Це дасть змогу під час реалізації побудованої в статті математичної моделі на комп'ютерах підвищити точність оптимізації технічних параметрів. Під час дослідження методів побудови і реалізації прикладних оптимізаційних математичних моделей слід відзначити результати публікацій [15, 16], де обґрунтована коректність розрахункових математичних моделей та здійснений розрахунок параметрів випромінювачів. Розглянемо функцію $Q(s, t)$:

$$Q(s, t) = \begin{cases} \exp\{t\tilde{A}_k(s)\} \Delta^{-1}(s) \quad npu \quad t \in [0; t_1]; \\ \exp\{(t - t_1)\tilde{A}_k(s)\} \Delta^{-1}(s) \exp\{t\tilde{A}_k(s)\} \quad npu \quad t \in [t_1; t_2]; \\ \exp\{(t - t_2)\tilde{A}_k(s)\} \Delta^{-1}(s) \exp\{t\tilde{A}_k(s) + (t_2 - t_1)\tilde{A}_k(s)\} \quad npu \quad t \in [t_2; t_3], \end{cases} \quad (5)$$

де

$$\Delta(s) = \tilde{B}_0(s) + \tilde{B}_1(s) \exp\{t\tilde{A}_k(s)\} + \tilde{B}_2(s) \exp\{t\tilde{A}_k(s) + (t_2 - t_1)\tilde{A}_k(s)\} \neq 0;$$

$\tilde{A}_k(s)$, $\tilde{B}_k(s)$ – символи відповідних псевдодиференціальних операторів у просторі узагальнених функцій, $k = 0, 1, 2$.

Відзначимо, що крайова задача (1)–(4) коректна в просторі узагальнених функцій, якщо функція $Q(s, t)$ належить простору нескінченно-диференційованих функцій степеневого зростання. Справедливим є також твердження, що розв'язки системи неоднорідних диференціальних рівнянь (1) належать простору узагальнених функцій, якщо функція (5) належить простору нескінченно-диференційованих функцій степеневого зростання (спадання) [15].

Від лазера 6 через блок фокусування 7 промінь лазера направляється на сіткову оптоелектронну модель 1. У результаті на сітковій моделі 1 формується температурне поле ембріона. З контрольованих точок ембріона значення температурного поля надходить на перший вхід блоку порівняння 3, на другий вхід якого подається припустиме значення температури з блоку 2. Здійснюється порівняння цих величин. Якщо температурне поле на сітковій моделі 1 більше заданого припустимого значення, то з блоку порівняння 3 в блок розрахунку параметрів 4 надходить сигнал, за яким здійснюється корекція параметрів лазера. Ця інформація реєструється блоком 8. Такий ітераційний про-

цес дозволяє за декілька ітерацій отримати оптимальні значення параметрів лазера, щоб забезпечити отримання життєздатних частин ембріона.

Проведемо порівняльну оцінку часових витрат при чисельній і апаратній реалізації прикладних оптимізаційних математичних моделей. Нехай число параметрів термічної дії дорівнює n . Відповідні множини їх дискретних значень мають по елементів.

$$k_1, k_2, \dots, k_i, \dots, k_n \quad (6)$$

Для повного перебору значень параметрів необхідно розв'язати відповідних крайових задач. Для цього будуть потрібні витрати часу

$$K = k_1 k_2 \dots k_i \dots k_n \quad (7)$$

$$U_1 = \prod_{i=1}^n k_i t_y, \quad (8)$$

де t_y – час підготовки і розв'язання однієї крайової задачі.

Цей час включає витрати часу на підготовку і завдання вихідних даних, на розв'язання крайової задачі на аналого-цифровому процесорі, що здійснюється практично миттєво.

Витрати часу U_2 під час розв'язання тих же крайових задач на комп'ютерах складе

$$U_2 = \prod_{i=1}^n k_i t_E, \quad (9)$$

де t_E – час підготовки і розв'язання однієї крайової задачі на комп'ютерах.

З огляду на те, що розв'язання однієї крайової задачі визначається в основному часом підготовки і завдання вихідних даних, а її реалізація на сітковому аналоговому процесорі здійснюється практично миттєво, то наближено можна прийняти, що

$$t_E \approx \prod_{i=1}^n k_i t_y. \quad (10)$$

Отже, час t_E підготовки і розв'язання однієї крайової задачі на комп'ютерах приблизно дорівнює часу реалізації всієї задачі повного перебору дискретних значень шуканих параметрів і розв'язання відповідних крайових задач.

Час U_1 чисельної реалізації оптимізаційної математичної моделі порівняно з часом її реалізації на комп'ютерах скорочується приблизно в раз, тобто залежить від загального числа крайових задач, які розв'язують. Точності реалізації математичної моделі на сучасній аналоговій або аналого-цифровій техніці коливається в межах від 5% до 10%.

$$\prod_{u=1}^n k_u \quad (11)$$

Автором розв'язані деякі прикладні задачі економіко-математичного моделювання прогнозу-

вання і контролю можливих ризиків при забезпеченні технологічних і біотехнологічних процесів. Використання наведеної в статті блок-схеми дасть можливість удосконалити наявні та спроектувати нові пристрої для аналізу та оптимізації параметрів технологічних і біотехнологічних процесів. Використання таких пристроїв дозволить спрогнозувати та знизити ризики втрат досліджуваного матеріалу під час забезпечення біотехнологічних процесів, а також підвищити швидкість реалізації ітераційного процесу пошуку та перебору локальних екстремумів.

Висновки. Розв'язуючи задачу прогнозування та контролю можливих ризиків під час забезпечення технологічних і біотехнологічних процесів, в статті обґрунтована необхідність розширення функціональних можливостей спеціалізованих

моделюючих пристроїв в частині врахування нелінійної, багат шарової будови досліджуваних об'єктів і технічних характеристик випромінювачів. Наведена розрахункова математична модель (крайова задача) процесу термічної дії на нелінійний, багат шаровий матеріал, закладені принципи побудови спеціалізованих моделюючих пристроїв для апаратної реалізації основної оптимізаційної задачі підвищення ефективності даного біотехнологічного процесу за рахунок врахування нелінійної, багат шарової будови піддослідного матеріалу. Попри збільшення часових витрат для реалізації систем багатовимірних диференціальних рівнянь, це дало змогу досягти збільшення точності реалізації крайових задач, а отже, і зменшення витрат піддослідного матеріалу.

Список літератури:

1. Стоян Ю.Г., Путятин В.П. Оптимизация технических систем с источниками физических полей. Київ : Наукова думка, 1988. С. 44–48
2. Стоян Ю.Г., Яковлев С.В. Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования. Київ : Наукова думка, 1986. 268 с.
3. Макаров А.А., Николенко И.Г. Частичная параболичность краевой задачи для псевдодифференциальных уравнений в слое. *Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. Серія: Математика, прикладна математика і механіка*. Харків, 2019. Т. 89. С. 21–32. DOI: 10.26565/2221-5646-2019-89-03
4. Muzylyov D., Kravcov A., Karnaukh M., Berezchnaja N., Kutya O. Development of a methodology for choosing conditions of interaction between harvesting and transport complexe. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2016. Vol. 2. No. 3 (80). Pp. 11–21. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.65670>.
5. Volkov V., Taran I., Volkova T., Pavlenko O., Berezchnaja N. Determining the efficient management system for a specialized transport enterprise. *Scientific Bulletin of National Mining University*. 2020. Vol. 4. Pp. 185–191. <https://doi.org/10.33271/nvngu/2020-4/185>.
6. Войтов В.А., Бекиров А.Ш., Войтов А.В. Критерий оценки добротности трибосистем и его связь с трибологическими характеристиками. *Проблеми трибології*. 2018. Т. 88. №2. С. 35–42.
7. Scoblo T.S., Klochko O.Y., Romanchenko V.N., Belkin E.L. Features of the carbide phase degradation under heating and deformation. *Letters on Materials*. 2021. Vol. 11, No. 1. Pp. 22–27. <https://doi.org/10.22226/2410-3535-2021-1-22-27>.
8. Babenko V., Nazarenko O., Nazarenko I., Mandych O., Krutko M. Aspects of program control over technological innovations with consideration of risks. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. Vol. 3. No. 4 (93): Mathematics and Cybernetics applied aspects. Pp. 6–14. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.133603>.
9. Levkina R.V., Kravchuk I.I., Sakhno I.V., Kramarenko K.M., Shevchenko A.A. The economic-mathematical model of risk analysis in agriculture in conditions of uncertainty. *Financial and credit activity: problems of theory and practice*. 2019. Vol. 3. No. 30. Pp. 248–255.
10. Douglas-Hamilton D.H., Conia J. Thermal effects in laser-assisted pre-embryo zona drilling. *Journal of Biomedical Optics*. 2001. Vol. 6. Issue. 2. P. 205. DOI: 10.1117/1.1353796.
11. Levkina R., Levkin A., Petrenko A., Kolomiets N. Current approaches to biotechnology in animal husbandry. *International Journal of Advanced Science and Technology*. 2020. Vol. 29. Issue. 8 Special issue. Pp. 2463–2469.
12. Levkin A., Levkina R., Petrenko A., Chaliy I. Economic Security as a Result of Modern Biotechnology Implementation: 2019 IEEE International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications Science and Technology (PIC S-T '2019) (8-11 October 2019 Kyiv). Kyiv, 2019. Pp. 139–142.
13. Skoblo T.S., Sidashenko O.I., Saichuk O.V., Klochko O.Yu., Levkin D.A. Influence of Stresses on Structural Changes in Gray Cast Iron. *Materials Science*. 2020. Vol. 56. No. 3. Pp. 347–358. <https://doi.org/10.1007/s11003-020-00436-8>.
14. Kravtsov A., Suska A., Biekurov A., Levkin D. Development of a rheological model of stress relaxation in the structure of an oil film on the friction surface with fullerene additives. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2021. Vol. 3. No. 7 (111): Applied mechanics. Pp. 93–99. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.235468>.
15. Левкін Д.А. Умови коректності крайових задач. *Енергетика і автоматика*. Київ, НУБіП України, 2020. № 3 (49). С. 128–137. URL: <http://dx.doi.org/10.31548/energiya2020.03.128>

16. Левкін Д.А., Бережна Н.Г., Лук'янов І.М., Левкін А.В. Математичний інструментарій розв'язання прикладних задач. *Вчені записки Таврійського Національного Університету імені В.І. Вернадського. Серія: «Технічні науки»*. Київ, 2021. Т. 32(71). № 2. Ч. 1. С. 164–169. URL: <https://doi.org/10.32838/2663-5941/2021.2-1/26>.

Levkin D.A. NUMERICAL METHODS AND MATHEMATICAL MODELS OF OPTIMIZATION OF PARAMETERS OF BIOTECHNOLOGICAL PROCESSES

The article proposes mathematical and numerical methods for calculating and optimizing the parameters of the thermal action process on multilayer materials. The author has improved the existing calculation and applied optimization mathematical models in terms of taking into account the structure of the studied material and technical characteristics of moving sources.

The calculation mathematical model of the process of thermal action on a multilayer object is based on the non-local boundary value problem of the system of evolutionary pseudo-differential equations in a multilayer medium. The physical characteristics of the studied objects can be set based on, for example, the methods of expert evaluation of the parameters of the emitters. The correctness of the boundary value problem is proved using methods based on the theory of pseudo-differential operators over the space of generalized functions of power increase (decrease). In this case, despite the increase in time required for the iterative process of searching and searching for local extremes of the goal function, as well as complicating the type of boundary value problems, their implementation will increase the accuracy of finding record values of technical parameters. To reduce time costs, the author proposes to use the specialized analog or hybrid network processors, with which it is possible to almost instantly implement edge tasks on computers.

As an example of a multilayer system that contains concentrated discrete sources of physical fields, the embryo under the action of sources of point laser radiation is considered in the article. The author has solved the optimization problem of reducing the trauma of the embryo by improving the method of modeling and optimization of complex biotechnological systems. These studies lie in the field of applied problems of economic and mathematical modeling of complex systems that contain sources of physical fields.

Key words: *mathematical models, boundary value problem, iterative process, applied problems, economic-mathematical modeling.*